SEP 1 1922

Physikalische Zeitschrift

Begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

Herausgeber:
Professor Dr. **M. Born** und
Professor Dr. **P. Debye**

Schriftleiter:
Dr. **Erich Hückel** in Göttingen

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen zum Preise von jährlich 250 Mark, bei unmittelbarer Zustellung unter Kreuzband 370 Mark, im Ausland je nach dem Valutastande. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung, die Post sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Petitzeile mit 6.– Mk., Beilagen nach Vereinbarung berechnet; bei Wiederholungen tritt Ermäßigung ein.

Alle Manuskriptsendungen und darauf bezügliche Zuschriften sind zu richten entweder an die Herausgeber: Professor Dr. M. Born, Göttingen, Planckstraße 21, und Professor Dr. P. Debye, Zürich, Physikgebäude, Gloriastr. 35 oder an die Schriftleitung: Dr. Erich Hückel, Göttingen, Bunsenstraße 9, Physikalisches Institut der Universität, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den

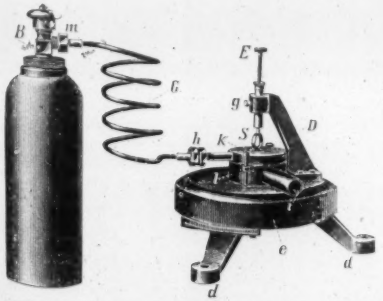
Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 15. 1. August 1922. No. 619. 23. Jahrgang.

Phys.-mech. Institut von

Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Rotierender Spiegel.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen; T. = Tagesereignisse.)

Seite

Atomkerne: Eine Erklärung des Einstein-de Haas-Effektes durch Annahme rotierender — v. W. Braunbek 307

Bohrsche Frequenzbedingung: Dopplerprinzip und —, v. E. Schrödinger 301

Braunbek, W., Eine Erklärung des Einstein-de Haas-Effektes durch Annahme rotierender Atomkerne . 307

Deutsche Physikalische Gesellschaft: An die deutschen Physiker. (T.) 312

Dopplerprinzip und Bohrsche Frequenzbedingung, v. E. Schrödinger 301

Einstein-de Haas-Effekt: Eine Erklärung des — durch Annahme rotierender Atomkerne, v. W. Braunbek 307

Exner-Helmholtzsche Definition: Über die — der Sättigung einer Farbe und das Ostwaldsche Farbsystem, v. W. Seitz 297

Farbsystem: Über die Helmholtz-Exnersche Definition der Sättigung einer Farbe und das Ostwaldsche —, v. W. Seitz 297

Frequenzbedingung: Dopplerprinzip und Bohrsche —, v. E. Schrödinger 301

Helmholtz-Exnersche Definition: Über die — der Sättigung einer Farbe und das Ostwaldsche Farbsystem, v. W. Seitz 297

Kernmodell: Das Neuburgersche — und die Erfahrung, v. F. P. Valeras 304

Kernmodell: Erwiderung auf die Arbeit von Herrn P. Valeras Das „Neuburgersche — und die Erfahrung", v. M. C. Neuburger 305

Kreiszylinder: Zur Lichtbrechung in — oder Kugeln, v. C. Schmidt 310

Kugeln: Zur Lichtbrechung in Kreiszylindern oder —, v. C. Schmidt 310

Lichtbrechung: Zur — in Kreiszylindern oder Kugeln, v. C. Schmidt 310

Meitner, L., Notiz zur Arbeit von P. Valeras „Das Neuburgersche Kernmodell und die Erfahrung". . 305

Mochiruki-Stiftung: Ausschreiben zur Bewerbung um ein Stipendium der — bei der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften. (T.) . . 312

Neuburger, M. C., Erwiderung auf die Arbeit von Herrn P. Valeras „Das Neuburgersche Kernmodell und die Erfahrung" 305

Ostwaldsches Farbsystem: Über die Helmholtz-Exnersche Definition der Sättigung einer Farbe und das —, v. W. Seitz 297

Schmidt, C., Zur Lichtbrechung in Kreiszylindern oder Kugeln 310

Schrödinger, E., Dopplerprinzip und Bohrsche Frequenzbedingung 301

Seitz, W., Über die Helmholtz-Exnersche Definition der Sättigung einer Farbe und das Ostwaldsche Farbsystem 297

Stark, J., Natur der chemischen Valenzkräfte. (B.) . 312

Valenzkräfte: Natur der chemischen —, v. J. Stark (B.) 312

Valeras, F. P., Das Neuburgersche Kernmodell und die Erfahrung 304

— — Notiz hierzu v. L. Meitner 305

Physiker,

russischer Hochschulprofessor, als Balte aus Rußland emigriert, sucht Anstellung in Hochschul-, Forschungs- oder Fabriklaboratorium mit Gelegenheit zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten. Spezielle Erfahrung in Röntgentechnik (physikalischer sowie medizinischer), elektrischen Messungen, Vakuumarbeiten u. Anwendungen in der Agronomie.

Angebote sub **S. H. 603** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) Leipzig, Königstraße 2.

Thermosäulen

zu kaufen gesucht. Angebote unter **S. H. 602** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2 erbeten.

Neukonstruktionen

geodätischer und sonstiger wissenschaftlicher Instrumente und Apparate übernimmt unter vollster Wahrung des geistigen Eigentumsrechtes des Auftraggebers die

Konstruktions- und Versuchswerkstättenabteilung der INDUSTRIE-NEULAND Aktiengesellschaft

Dachauerstr. 13 MÜNCHEN Tel. 50784

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 15. 1. August 1922. 23. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 17 am 10. August 1922.

INHALT.

Originalmitteilungen:

W. Seitz, Über die Helmholtz-Exnersche Definition der Sättigung einer Farbe und das Ostwaldsche Farbsystem. S. 297.

E. Schrödinger, Dopplerprinzip und Bohrsche Frequenzbedingung. S. 301.

F. Pablo Valeras, Das Neuburgersche Kernmodell und die Erfahrung. S. 304.

L. Meitner, Notiz zur vorstehenden Arbeit. S. 305.

M. C. Neuburger, Erwiderung auf die Arbeit von Herrn P. Valeras „Das Neuburgersche Kernmodell und die Erfahrung". S. 305.

W. Braunbek, Eine Erklärung des Einstein-de Haas-Effektes durch Annahme rotierender Atomkerne. S. 307.

C. Schmidt, Zur Lichtbrechung in Kreiszylindern oder Kugeln. S. 310.

Besprechungen

J. Stark, Natur der chemischen Valenzkräfte. S. 312.

Tagesereignisse. S. 312.

Personalien. S. 312.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Helmholtz-Exnersche Definition der Sättigung einer Farbe und das Ostwaldsche Farbsystem.

Von W. Seitz.

Im Jahrgang 1920 dieser Zeitschrift findet sich eine Arbeit des Herrn F. Kohlrausch[1]), in der das Reflexionsspektrum, das die Plättchen einiger Farbkreise des bekannten Ostwaldschen Farbatlas im Tageslicht liefern, mit Hilfe eines „Polarimeters" ausgemessen wird, und daraus berechnet wird, welche Stelle im Helmholtzschen Farbdreieck der Farbe jedes Plättchens zukommt. Der Gedankengang läßt sich etwa folgendermaßen in aller Kürze zusammenfassen: Nach Helmholtz ist jede Farbempfindung aus drei Grunderregungen, Rot, Grün und Blauviolett zusammengesetzt. König und Dieterici[2]) haben die sog. drei Grunderregungskurven, die uns die relative Intensität der Grunderregungen für die verschiedenen Wellenlängen des Lichts und zwar im Interferenzspektrum des Sonnenlichts angeben, bestimmt. Ist nun die Intensitätsverteilung des Spektrums irgendwelchen Lichts bekannt, so kann daraus berechnet werden, wie die Farbempfindung, die dieses Licht hervorbringt, sich auf die drei Grunderregungen verteilt. Es mögen r, b und g die so berechneten Anteile der Rot-, Blau- und Grünerregung bedeuten. Der Punkt, welcher der betreffenden aus r, b und g zusammengesetzten Farbe (wobei unter Farbe immer die Farbempfindung verstanden ist) im bekannten Helmholtzschen Dreieck entspricht, findet man nach der Schwerpunktskonstruktion, indem man sich in den Ecken des Dreiecks Gewichte, die den Zahlenwerten von r, b und g proportional sind, angebracht denkt. Den Mittelpunkt des Dreiecks, der gleichen Werten von r, b und g entspricht, nimmt Weiß (bzw. Grau) ein und jede Farbe hat die höchste Sättigung, wenn sie auf einer der Dreiecksseiten liegt. Im allgemeinen sind alle Farben aus reiner (gesättigter) Farbe F und Weiß W zusammengesetzt. Als 3. Variable, welche außer Ton und Weißgehalt eine Farbe bestimmt, dient im Helmholtzschen System ihre Helligkeit.

Wenn z. B. von den Werten r, b und g, aus denen irgendeine Farbe zusammengesetzt ist, b am kleinsten ist, so gilt (siehe Kohlrausch l. c., S. 401):

$$F = r + b + g - 3b = r + g - 2b$$

und

$$W = 3b$$

und analog wenn r bzw. g den kleinsten Wert hat,

$$F = r + b + g - 3b \text{ und } W = 3r$$

bzw.

$$F = r + b + g - 3g \text{ und } W = 3g.$$

F. Exner versteht unter Sättigung einer Farbe den Anteil reiner Farbe im Verhältnis zur Gesamterregung, also

$$\frac{F}{F+W}$$

oder im ersten Fall

$$\frac{r+g-2b}{r+b+g}.$$

Kohlrausch hat nun für die 3 Ostwaldschen Kreise *ia*, *uc* und *pa* die Lage im Helmholtzschen Dreieck bestimmt (siehe l. c., S. 401).

Das dort angegebene Diagramm ergibt unter der Voraussetzung, daß die Helmholtz-Exnersche Definition des Sättigungsbegriffs richtig ist, daß auf jedem Ostwaldschen Kreis die Sättigung für die verschiedenen Töne im hohen Grade variiert. So müßten die gelben bis goldgelben Farben, nach der Ostwaldschen

1) Diese Zeitschr. **21**, 15, 536—403, 1920.
2) Zeitschr. f. Psych. u. Phys. **4**, 421, 1892.

Bezeichnungsweise die Töne Nr. 0 bis 17 relativ sehr stark gesättigt erscheinen, das gleiche gilt, wenn auch in etwas geringerem Grade von Ultramarin Nr. 50, während Blaugrün bis Grün (Nr. 71 bis 83) und Karminrot (Nr. 25 bis 33) sehr weißlich wirken sollten. Der Eindruck, den die einfache, vorurteilslose Betrachtung eines Ostwaldschen Farbkreises uns bietet, stimmt aber hiermit nicht überein; denn man empfindet im allgemeinen eine Übereinstimmung in bezug auf Sättigung und Weißlichkeit, abgesehen von den gesättigsten Kreisen, in denen Rot, vor allem Nr. 25, zu blaß und Blau zu gesättigt erscheint.

Aus diesem Grund und, um einen Beitrag zur Prüfung der seit 40 Jahren stark umstrittenen Helmholtzschen Theorie zu liefern, unternahm ich es, durch spektrale Mischung Farben herzustellen, die nach Helmholtz gleiche Sättigung und gleichen Weißgehalt haben sollen.

Zwei Farbenmischungen, denen die Grunderregungen r, b, g und r', b', g' zugehören, mögen dieser Bedingung genügen, und zwar soll bei der ersteren b den kleinsten Wert, bei der letzteren g' den größten Wert haben. Dann muß gelten, da:

$$\frac{F}{F+W} = \frac{F'}{F'+W'}$$

und $W = W'$ sein soll, auch

$$F = F'$$

und demnach

$$r + g - 2b = r' + b' - 2g' \quad \text{und} \quad b = g'$$

oder

$$r + g = r' + b' \quad \text{und} \quad b = g'.$$

Es muß also allgemein für alle Farben, die gleiche Sättigung und gleichen Weißgehalt haben sollen, jene Erregung, deren Zahlenwert am kleinsten ist, gleich groß sein, und ebenso die Summe der beiden stärksten Erregungen.

Es wurden nun die Grunderregungskurven, die r, b und g als Funktion der Wellenlänge für Sonnenlicht darstellen, nach den Zahlen, die Kohlrausch (l. c. S. 399) in Tabelle III unter „blau", „grün", „rot" angibt, aufgezeichnet (siehe folgendes Diagramm) und solche Spektralbezirke ausplanimetriert, die obiger Bedingung genügen.

Wenn wir z. B. beide Farben aus je zwei Spektralbezirken zusammensetzen, und wenn wir die Ordinaten mit J_r, J_b und J_g bezeichnen, so ist der Bedingung $b = g'$ und $r + g = r' + b'$ genügt, falls:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} J_b d\lambda + \int_{\lambda_3}^{\lambda_4} J_b d\lambda = \int_{\lambda_1'}^{\lambda_2'} J_g d\lambda + \int_{\lambda_3'}^{\lambda_4'} J_g d\lambda$$

und

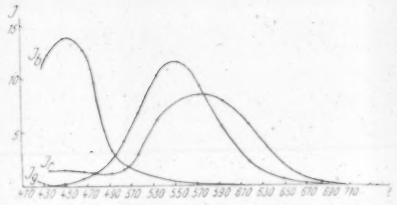


Fig. 1.

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (J_r + J_g) d\lambda + \int_{\lambda_3}^{\lambda_4} (J_r + J_g) d\lambda =$$

$$= \int_{\lambda_1'}^{\lambda_2'} (J_{r'} + J_{g'}) d\lambda + \int_{\lambda_3'}^{\lambda_4'} (J_{r'} + J_{g'}) d\lambda.$$

Die Versuche wurden folgendermaßen ausgeführt:

Ein Bündel Sonnenstrahlen, das der Heliostat durch ein Loch im Fensterladen in das verfinsterte Zimmer schickte, wurde durch eine Linse auf einen Spalt konzentriert, und das Spaltbild durch eine zweite, mit eckiger Blende versehenen Linse in 96 cm Entfernung zu einem reellen Bild vereinigt. Das in Glas geritzte Gitter der Gitterkonstante 4000 pro Zentimeter stand direkt hinter der zweiten Linse. Da wo das erste Interferenzspektrum, das eine Länge von etwa 13 cm hatte, entworfen wurde, befand sich ein Rahmen, in das Blenden geschoben werden konnten. Zunächst wurde die Millimeterteilung des Rahmens nach Wellenlängen geeicht, indem der Heliostat durch eine Quecksilber- bzw. durch eine Zinkbogenlampe ersetzt wurde. Entsprechend dieser Eichung und entsprechend obigen Rechnungen wurden aus schwarzem Karton Blenden für den Rahmen ausgeschnitten. Direkt hinter der Blende trafen die Strahlen unter ungefähr 30 Grad gegen die Hauptachse auf einen Konkavspiegel von 32 cm Durchmesser, der den ausgeblendeten Rest des Spektrums in 182 cm Abstand auf einem Papierschirm zu einem gleichmäßig gefärbten Viereck von etwa 3 qcm Größe vereinigte. Ließ man das volle Spektrum ohne Verwendung der Blenden auf den Spiegel fallen, so zeigte das durch die Wiedervermischung entstandene Weiß vermutlich infolge selektiver Absorption am Spiegel einen bemerkbaren Stich ins Grünblau. Um diesen zu kompensieren, wurde dem Papierschirm eine leicht gelbliche Färbung gegeben. Im übrigen weichen die Resultate, die mit einem rein weißen Schirm erzielt wurden, von den so gefundenen prinzipiell nicht ab.

Um die Farbe der optischen Mischung festzuhalten und um sie mit Farben anderer spektraler Zusammensetzung nachher vergleichen zu können, wurde durch einen Planspiegel (Seite eines Prismas) das zentrale unzerlegte Lichtbündel, das aus dem Gitter kommt, unmittelbar unter diese farbig beleuchtete Fläche gelenkt und an diese Stelle ein Ostwaldsches Blättchen gehalten, das so lange ausgewählt wurde, bis es in Farbe und Helligkeit jener bunt beleuchteten Fläche möglichst gut glich.

In den folgenden Tabellen I u. II stehen in der 1. Vertikalreihe die Spektralbereiche, aus welchen die einzelnen Mischungen hergestellt sind, in der zweiten bis vierten die entsprechenden Werte von *r*, *b*, *g*, in der fünften die Summe der beiden stärksten Grunderregungen. In der sechsten folgt das Farbblättchen (in Ostwaldscher Bezeichnungsweise), dessen Farbe der betreffenden Mischung am ähnlichsten ist, in der siebenten bis zehnten Ton, -Gehalt an Vollfarbe, Weiß- und Schwarzgehalt (entsprechend der Ostwaldschen Definition), den ein Blättchen haben müßte, um die Farbe jener Strahlenmischung wiederzugeben, soweit sich das durch Extrapolation oder Interpolation abschätzen läßt; und schließlich in der 11. Reihe solche Blättchen, die nach dem Urteil mehrerer Versuchspersonen den Eindruck angenähert gleicher Sättigung und gleicher Weißlichkeit machen.

Ein Blick auf die Blättchen der 6. Reihe, die nach der Helmholtz-Exnerschen Theorie gleiche Sättigung und gleiche Weißlichkeit haben sollen, genügt, um zu erkennen, daß dies absolut nicht der Fall ist. Grüngelb bis Orange und ebenso Blauviolett bis Blau erscheinen zu sehr gebrochen, Rot viel zu gesättigt im Vergleich zu den anderen Farben. Dasselbe beweist ein Vergleich zwischen Reihe 6 und Reihe 11, welche nach dem Eindruck gleicher Sättigung und gleicher Weißlichkeit ausgewählt ist.

Es muß vorerst unentschieden bleiben, wo die Ursache dieser Diskrepanz liegt, ob die Grunderregungskurven zu ungenau bestimmt sind, oder ob die Helmholtz-Exnersche Definition der Sättigung nicht dem tatsächlichen Empfinden entspricht, oder ob die ganze Dreikomponententheorie zu verwerfen ist. Hier muß allerdings darauf hingewiesen werden, daß gegen die Helmholtzsche Theorie, was dem Physiker weniger bekannt ist, von seiten der Physiologen und Psychologen schwere Bedenken erhoben werden.

Da, wie bereits gesagt, die einzelnen Kreise des Ostwaldschen Farbatlas wenigstens annähernd den Eindruck gleicher Sättigung und gleicher Weißlichkeit machen, so dienten folgende Versuche als Gegenprobe. Es wurde geprüft, welche Farbblättchen des Ostwaldschen Atlas als gleich gesättigt und gleich weißlich empfunden werden. Zu dem Zweck wurden gegen 50 Blättchen gleichen Tons, die sich nur in ihrem Schwarz-Weiß-Gehalt unterschieden, einer Versuchsperson vorgelegt und ihr die Aufgabe gestellt, zu einem bestimmten Blättchen andern Tons ein solches auszuwählen, das ebenso gesättigt und ebenso weißlich erscheint. Es wurden so im ganzen etwa 500 Einzelversuche mit verschiedenen Paaren von Tönen (vor allem mit Nr. 0, 25, 50 und 75) und verschiedenem Weiß-Schwarz-Gehalt des vorgelegten Blättchens mit 7 Versuchspersonen, von denen 4 niemals den Ostwaldschen Atlas gesehen hatten und daher vollkommen unvoreingenommen waren, ausgeführt. Wie bei der Kleinheit der Stufen des Ostwaldschen Atlas nicht anders zu erwarten war, zeigen die Einzelurteile eine gewisse Streuung. Im Mittel aber entsprechen bei den mehr oder minder gebrochenen Farben die als zusammengehörig ausgewählten Blättchen nahezu Ostwaldschen Kreisen; z. B. wurde im Mittel bei Rot Nr. 25 im Vergleich zu Blau Nr. 50 der Weiß- und der Schwarzgehalt nur um $^1/_{10}$ Stufe zu niedrig gewählt, bei Gelb Nr. 0 im Vergleich zu Blau Nr. 50 der Weißgehalt im Mittel um $^1/_3$ Stufe zu niedrig, der Schwarzgehalt um eine Stufe zu hoch gewählt, wenn wir uns auf Farben beschränkten, die im farbtongleichen Dreieck (siehe Fig. 2) links von der Linie, die von *ia*

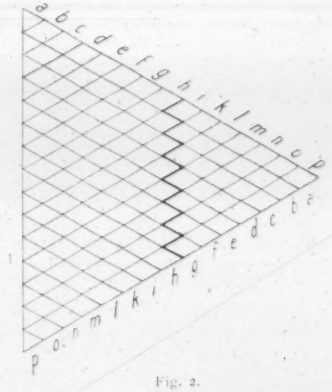


Fig. 2.

nach *pg* läuft, angeordnet sind. Dies sind Differenzen, die teils innerhalb der Grenze des Unterscheidungsvermögens liegen, teils diese nur wenig überschreiten. Mit zunehmender Sättigung

Tabelle I.

Spektralbereich ausgedrückt in $\mu\mu$	r	b	g		äquivalente Farbblättchen	Ton	Gehalt an Vollfarbe	Weißgehalt	Schwarzgehalt	Blättchen gleicher Sättigung und Weißlichkeit
(490 bis 491) + + (444 bis 450) + + (570 bis 593)	19,76	8,59	17,76	$r+g=37{,}52$	zwischen *mg* 13 und *mi* 13	13	11	8	81	*oe* 13 bis *pe* 13
(443,5 bis 450) + + (580 bis 608)	22,08	8,80	15,21	$r+g=37{,}29$	*pe* 23	23	36	4	60	*pe* 23
(450,5 bis 441) + + (603 bis 690)	24,60	12,81	8,53	$r+b=37{,}41$	*pa* 30 (noch zu weißlich)	36	76	3	21	*pe* 30
(437 bis 450) + + (598 bis 630)	20,35	17,24	8,66	$r+b=37{,}59$	*pa* 33 (noch zu weißlich)	33	67	3	30	*pe* 33 bis *oe* 33
(440 bis 460) + + (570 bis 579)	10,24	27,10	8,45	$r+b=37{,}34$	zwischen *ng* und *og* 46 bis 50	48	15	6	79	*oe* 46 bis *oe* 50
(435 bis 450) + + (510 bis 530)	8,74	22,00	15,18	$b+g=37{,}18$	*pe* 72	72	32	4	64	*pe* 72
(450 bis 451,5) + + (476 bis 525)	8,75	17,62	19,38	$b+g=37{,}00$	*pe* 79	79	36	4	60	*pe* 79
(444 bis 450) + + (550 bis 569,5)	16,64	8,64	21,13	$r+g=37{,}78$	zwischen *ng* 88 bis 92 u. *ei* 88 bis 92	90	13	6	81	*pe* 88 (92) bis *oe* 88 (92)
(444 bis 450) + + (556 bis 576)	17,45	8,49	20,40	$r+g=37{,}85$	*ni* 96	96	9	7	84	*pe* 96 bis *oe* 96

Tabelle II.

Spektralbereich ausgedrückt in $\mu\mu$	r	b	g		äquivalente Farbblättchen	Ton	Gehalt an Vollfarbe	Weißgehalt	Schwarzgehalt	Blättchen gleicher Sättigung und Weißlichkeit
(470 bis 482) + + (575 bis 592,6)	15,61	11,49	13,85	$r+g=29{,}46$	zwischen *ig* 17 und *mi* 17	18	10	9	81	zwischen *oe* 17 und *pg* 17
(470 bis 482) + + (580 bis 590) + + (600 bis 611,5)	17,23	11,45	12,28	$r+g=29{,}51$	zwischen *ng* 21 und *og* 21	22	16,5	6,5	77	zwischen *oe* 21 und *pe* 21
(470 bis 482) + + (586 bis 608)	17,55	11,45	12,02	$r+g=29{,}57$	*pg* 25 (noch zu weißlich)	26	18,5	3,5	78	*pe* 25
(470 bis 485,5) + + (586 bis 605)	15,91	13,48	11,53	$r+b=29{,}39$	*og* 29	29	16	6	78	zwischen *pe* 29 und *pg* 29
(447,5 bis 460) + + (570 bis 583)	12,51	17,13	11,42	$r+b=29{,}64$	*ni* 42	43	8	7	85	zwischen *oe* 42 und *og* 42
(447 bis 460) + + (563,3 bis 575)	11,52	17,83	11,69	$b+g=29{,}52$	*mi* 46	47	7	8	85	*ne* 46
(448 bis 460) + + (557 bis 569)	11,52	16,57	12,98	$b+g=29{,}55$	zwischen *lb* 50 bis 54 und *mi* 50 bis 54	52	7	9	84	*me* 50
(473 bis 494) + + (540 bis 550) + + (616 bis 620,7)	11,44	13,94	15,59	$b+g=29{,}53$	zwischen *mg* 75 und *ei* 79	77	12	7	81	zwischen *oe* 75 u. 79 u. *ng* 75 u. 79
(479 bis 514) + + (580 bis 589,2)	12,09	11,50	17,44	$r+g=29{,}53$	*ng* 83	83	16	7	77	*ng* 83
(479 bis 514) + + (620 bis 653,5)	15,27	11,48	14,17	$r+g=29{,}44$	zwischen *mi* 92 und *ol* 92	92	5	7	88	zwischen *ng* 92 und *oe* 92

wachsen die Abweichungen vor allem bei Rot und bei Blau.

In Tabelle III sind Blättchen zusammengestellt, die dem Auge annähernd gleich gesättigt und gleich weißlich erscheinen.

Tabelle III.

	Gehalt an Vollfarbe	Weißgehalt	Schwarzgehalt
pc bis *pc* 25	54	5	41
o	44	6	45
nc bis *nc* 75	43·5	6·5	50
fg 50	50	10	40

nc 75 ist im Ostwaldschen Atlas nicht enthalten. *nc* 75 macht einen zu unreinen Eindruck. Die Zahlen, die bei 75 den Gehalt an Vollfarbe sowie den Weiß- und Schwarzgehalt angeben, sind schätzungsweise extrapoliert.

Wenn die Gesetzmäßigkeit, die nach diesen Versuchen in bezug auf den Eindruck der Sättigung und Weißlichkeit für die Ostwaldschen Farbkreise von höherem Weiß-Schwarzgehalt gilt, bei den gesättigten Farben fehlt, so ist dies keinesfalls durch Ungenauigkeit des Atlas, auf die Kohlrausch[1]) hingewiesen hat, begründet. Im Gegenteil wäre nach den Remissionskurven von Kohlrausch zu erwarten, daß im selben Kreis Gelb zu gesättigt, Blau zu ungesättigt erscheinen würde. Das eigentümliche Verhalten der mehr oder weniger gesättigten Farben ist also wohl auf physiologische Ursachen zurückzuführen. Wenn wir uns aber auf die gebrochenen Farben beschränken, so müssen wir aus meinen oben beschriebenen Versuchen die Berechtigung des Ostwaldschen Systems in psychologischer Beziehung folgern.

1) Diese Zeitschr. **21**, 474—476, 1920.

Aachen, Mai 1922.

(Eingegangen 2. Juni 1922.)

Dopplerprinzip und Bohrsche Frequenzbedingung.

Von Erwin Schrödinger.

Wenn man sich vergegenwärtigt, wie nach der Bandentheorie von Schwarzschild, Heurlinger, Lenz die Frequenz der einzelnen Bandenlinie zustande kommt durch 1. den Elektronen- oder Konfigurationsterm, 2. den Kernoszillationsterm, 3. den Rotationsterm, so kann man kaum umhin, diese abnehmende Größenreihe versuchsweise fortzusetzen und nach der möglichen Bedeutung eines 4. Translationsterms zu fragen. Falls demselben überhaupt eine Bedeutung zukommt, so kann er — und zwar natürlich nicht bloß bei Bandenlinien — wohl nur auf die Dopplerverbreiterung der Spektrallinien Bezug haben. Zu dieser Auffassung stimmt es zunächst schon qualitativ sehr gut, daß — wie N. Bohr[1]) überzeugend dartut — die Translationsbewegung, als nichtperiodische Bewegung, nicht gequantelt werden darf, sondern eine kontinuierliche Folge erlaubter Energiewerte darbietet; dadurch entsteht ein, innerhalb eines gewissen Bereiches kontinuierliches Spektrum — im vorliegenden Falle die endlich verbreiterte Spektrallinie.

Nun hat schon Försterling[2]) einmal versucht, zum Dopplerprinzip zu gelangen durch Anwendung der Bohrschen Frequenzbedingung in einem Bezugssystem, in welchem der Molekülschwerpunkt eine Translationsgeschwindigkeit hat. Der Erfolg war wenig ermutigend. Es ergab sich nämlich nur der „transversale Dopplereffekt" oder, anders ausgedrückt, nur die bekannte kleine Relativitätskorrektion am klassischen Wert des Dopplereffekts. Hiezu sagt W. Pauli jun. in seiner Besprechung (Physik. Ber. **2**, 489, 1921): „Es sei jedoch bemerkt, daß die vom Verfasser verwendete Transformationsformel für die emittierte Energie nur dann richtig ist, wenn ... im ganzen kein linearer Impuls emittiert wird."

Das wird nun aber in keinem Bezugssystem zutreffen; vielmehr soll nach Einsteins Begründung der Strahlungstheorie[3]) das emittierte Quant $h\nu$ stets — und zwar in jedem Bezugssystem — den linearen Impuls $\frac{h\nu}{c}$ mit sich führen, den größten, der mit dieser Energiemenge überhaupt verknüpft sein kann. Im Folgenden zeigen wir, daß der hierdurch bewirkte „Geschwindigkeitssprung" nach der Bohrschen Frequenzbedingung genau die Dopplerverschiebung ergibt, und zwar in aller Feinheit, so wie sie von der Relativitätstheorie gefordert wird.

Der höchst einfache Sachverhalt springt am besten ins Auge, wenn man zunächst einmal nur angenähert und nur für den linearen Fall rechnet, d. h. die Richtung des emittierten Impulses mit der Richtung der schon vorher vorhandenen Geschwindigkeit des Molekülschwerpunkts zusammenfallen läßt. Sei diese v_1, und nach der Emission v_2; ferner m die Masse des

1) N. Bohr, Kopenhagener Akademie 1918, 2. Teil, S. 99.
2) K. Försterling, Zeitschr. f. Phys. **3**, 404, 1920.
3) A. Einstein, diese Zeitschr. **18**, 121, 1917.

Moleküls. Dann ist also der „Translationsterm", welcher die Dopplerverschiebung geben soll

$$d\nu = \frac{1}{h}\left(\frac{m}{2}v_1^2 - \frac{m}{2}v_2^2\right). \tag{1}$$

Nach dem Impulssatz ist

$$mv_1 = \frac{h\nu}{c} + mv_2 \tag{2}$$

oder

$$m(v_1 - v_2) = \frac{h\nu}{c}.$$

In (1) eingesetzt gibt das

$$\frac{d\nu}{\nu} = \frac{v_1 + v_2}{2c}. \tag{3}$$

Das ist die elementare Dopplerformel, in der nur als Molekülgeschwindigkeit das arithmetische Mittel der Geschwindigkeit vor und nach der Emission auftritt. Eine gesonderte Überlegung zeigt, daß auch das Vorzeichen das richtige ist: bewegt sich das Molekül mit beträchtlicher Geschwindigkeit auf mich zu und schleudert mir sein Quant entgegen, so wird es durch den Rückstoß abgebremst, der Translationsterm (1) ist positiv, die Verschiebung erfolgt nach Violett.

Nun wollen wir exakter rechnen. Die vereinfachende Annahme, daß der emittierte Impuls in die Richtung der ursprünglichen Geschwindigkeit des Moleküls (oder in die entgegengesetzte) falle, behalten wir aber vorläufig noch bei. Wir müssen aber jetzt berücksichtigen, daß auch die Masse des Moleküls bei der Emission sich ändert, vor allem aber, daß der Begriff „Energiedifferenz eines bestimmten Übergangs" und daher auch der Begriff „unverschobene Frequenz" ihren scharfen und eindeutigen Sinn verlieren, sobald das Molekül vor und nach der Emission nicht in demselben berechtigten Bezugssystem ruht.

Wir müssen annehmen, daß einem bestimmten stationären Zustand eine ganz bestimmte Energie E entspricht in einem Bezugssystem, in welchem der Molekülschwerpunkt ruht. Seien E_1 und E_2 diese Energiewerte für den betrachteten Quantenübergang und zwar seien dies die Absolutwerte der Energie, derart daß

$$\frac{E_1}{c^2}, \quad \frac{E_2}{c^2}$$

die beziehungsweisen Ruhmassen sind. Das Bezugssystem, in welchem vor bzw. nach dem Stoß das Molekül die Geschwindigkeiten v_1 bzw. v_2 hat, wollen wir kurz „das Spektrometer" nennen. Die auf das Spektrometer bezogenen Energien sind also

$$\frac{E_1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}, \quad \frac{E_2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} \tag{4}$$

und die Bohrsche Frequenzbedingung lautet

$$h\nu = \frac{E_1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - \frac{E_2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}. \tag{5}$$

Hierzu kommt die Impulsbilanz bezüglich des Spektrometers

$$\frac{E_1 v_1}{c^2\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{E_2 v_2}{c^2\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} + \frac{h\nu}{c}. \tag{6}$$

(5) und (6) dienen zur Berechnung von ν und v_2 bei gegebenem v_1, wobei E_1 und E_2 natürlich als — durch die Natur des Quantenüberganges — gegebene Größen gelten müssen. Die so gesetzte Abhängigkeit der Frequenz ν von den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 ist eine naturgemäße Verallgemeinerung des relativtheoretischen Dopplerprinzips — daß das Auftreten zweier Geschwindigkeitswerte, die gerade im Augenblick der Emission wechseln, eine gewisse Komplikation mit sich bringt, ist ja selbstverständlich.

Um dies zu zeigen, eliminieren wir aus (5) und (6) zunächst die Frequenz ν und finden leicht

$$E_1\sqrt{\frac{c - v_1}{c + v_1}} = E_2\sqrt{\frac{c - v_2}{c + v_2}}. \tag{7}$$

Sei zur Abkürzung

$$\varphi_i = \sqrt{\frac{c - v_i}{c + v_i}} \qquad i = 1, 2. \tag{8}$$

Damit kommt

$$E_1\varphi_1 = E_2\varphi_2. \tag{7a}$$

Ferner berechnet man leicht

$$v_i = c\,\frac{1 - \varphi_i^2}{1 + \varphi_i^2}, \quad \sqrt{c^2 - v_i^2} = \frac{2c\varphi_i}{1 + \varphi_i^2}. \tag{9}$$

Dies in (5) eingesetzt, gibt

$$h\nu = E_1\frac{1 + \varphi_1^2}{2\varphi_1} - E_2\frac{1 + \varphi_2^2}{2\varphi_2}$$

und wegen (7a)

$$\left.\begin{aligned} h\nu &= \frac{1}{2}\left(\frac{E_1}{\varphi_1} - \frac{E_2}{\varphi_2}\right) \\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{E_1^2 - E_2^2}{E_1\varphi_1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{E_1^2 - E_2^2}{E_2\varphi_2} \end{aligned}\right| \tag{5a}$$

oder durch geometrische Mittelbildung

$$h\nu = \frac{1}{\sqrt{\varphi_1\varphi_2}}\,\frac{E_1^2 - E_2^2}{2\sqrt{E_1E_2}}. \tag{10}$$

Führen wir nun die Frequenz ν^* ein

$$\nu^* = \frac{E_1^2 - E_2^2}{2h\sqrt{E_1 E_2}}, \tag{11}$$

deren Bedeutung sofort erhellen wird, und achten auf die Bedeutung von φ nach (8), so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} \nu^* &= \nu\sqrt{\varphi_1\varphi_2} \\ &= \nu\sqrt{\frac{c - v_1}{\sqrt{c^2 - v_1^2}} \cdot \frac{c - v_2}{\sqrt{c^2 - v_2^2}}}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Hiermit vergleiche man die Beziehung, die nach der gewöhnlichen Theorie des Dopplereffekts zwischen den Frequenzen ν^* und ν bestünde, wenn ersteres die Ruhfrequenz wäre, letzteres die Frequenz in einem Bezugssystem, in welchem das Molekül mit der Geschwindigkeit v auf den Beobachter zufliegt. Diese Beziehung würde lauten

$$\nu^* = \nu\frac{c - v}{\sqrt{c^2 - v^2}}. \tag{13}$$

Die durch (11) definierte Frequenz ν^* spielt also die Rolle der Ruhfrequenz. Aus ihr leitet sich nach (12) die beobachtete Frequenz ν ab mittels eines Faktors, welcher das geometrische Mittel ist aus den beiden Faktoren, die nach der gewöhnlichen Theorie gebildet sind aus den beiden Geschwindigkeiten v_1 und v_2, vor, bzw. nach dem Emissionsakt.

Die Frequenz ν^* hat folgende einfache Bedeutung: es wird $\nu = \nu^*$ für $v_2 = -v_1$. Sie tritt also dann auf, wenn die Anfangsgeschwindigkeit des Moleküls gerade so groß war, daß sie durch den Rückstoß genau umgekehrt wird.

Wir müssen uns nun noch von der Beschränkung befreien, daß der emittierte Impuls der Anfangsgeschwindigkeit parallel sei. Es sollen also jetzt v_1 und v_2 die Absolutsbeträge der Anfangs- und Endgeschwindigkeit sein, ϑ_1 bzw. ϑ_2 die Winkel, die sie mit der Richtung des emittierten Impulses einschließen — alle Aussagen bezogen auf das „Spektrometer". Die Frequenzbedingung (5) bleibt ungeändert, statt (6) kommen die zwei Impulsgleichungen

$$\frac{E_1 v_1 \cos\vartheta_1}{c^2\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{E_2 v_2 \cos\vartheta_2}{c^2\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} + \frac{h\nu}{c}, \tag{6'}$$

$$\frac{E_1 v_1 \sin\vartheta_1}{c^2\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{E_2 v_2 \sin\vartheta_2}{c^2\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}. \tag{6''}$$

Aus (5) und (6') ergibt sich

$$\frac{E_1(c - v_1\cos\vartheta_1)}{\sqrt{c^2 - v_1^2}} = \frac{E_2(c - v_2\cos\vartheta_2)}{\sqrt{c^2 - v_2^2}}. \tag{7'}$$

Aus (6'') durch Multiplikation mit c

$$\frac{E_1 v_1 \sin\vartheta_1}{\sqrt{c^2 - v_1^2}} = \frac{E_2 v_2 \sin\vartheta_2}{\sqrt{c^2 - v_2^2}}. \tag{7''}$$

Sei zur Abkürzung

$$\left.\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{c - v_i\cos\vartheta_i}{\sqrt{c^2 - v_i^2}}, \quad \psi_i = \frac{v_i\sin\vartheta_i}{\sqrt{c^2 - v_i^2}} \\ i &= 1, 2. \end{aligned}\right\} \tag{8'}$$

Dann wird

$$E_1\varphi_1 = E_2\varphi_2, \quad E_1\psi_1 = E_2\psi_2 \tag{7a'}$$

und man findet

$$\sqrt{c^2 - v_i^2} = \frac{2c\varphi_i}{1 + \varphi_i^2 + \psi_i^2}. \tag{9'}$$

Dies in (5) eingesetzt, gibt

$$h\nu = E_1\frac{1 + \varphi_1^2 + \psi_1^2}{2\varphi_1} - E_2\frac{1 + \varphi_2^2 + \psi_2^2}{2\varphi_2}$$

und wegen (7a')

$$h\nu = \frac{1}{2}\left(\frac{E_1}{\varphi_1} - \frac{E_2}{\varphi_2}\right). \tag{5a'}$$

Dies stimmt formal mit (5a) überein, nur mit geänderter Bedeutung von φ_i nach (8'). Man erhält also jetzt statt (12)

$$\nu^* = \nu\sqrt{\frac{c - v_1\cos\vartheta_1}{\sqrt{c^2 - v_1^2}} \cdot \frac{c - v_2\cos\vartheta_2}{\sqrt{c^2 - v_2^2}}}. \tag{12'}$$

ν^* ist dieselbe Frequenz wie früher. Zu der Formel (12') sind genau dieselben Bemerkungen zu machen, wie früher zu (12). Sie unterscheidet sich von der gewöhnlichen, relativistischen Dopplerformel nur dadurch, daß der Faktor von ν geometrisch gemittelt ist aus denjenigen beiden Werten, die er nach jener Formel für Anfangs- und Endgeschwindigkeit haben würde.

Die durch den Rückstoß erlangte Geschwindigkeit ist im allgemeinen sehr klein gegen die thermische, d. h. die Geschwindigkeitsänderung bei der Emission ist relativ sehr klein. Andernfalls würde es von erheblichem Interesse sein, die hier dargelegte quantentheoretische Auffassung des Dopplereffekts sowie das vielumstrittene, mit der klassischen Optik so schlecht vereinbare Auftreten eines Rückstoßes überhaupt, zu prüfen an der experimentellen Breite geeigneter Spektrallinien — ob sie nämlich der thermischen Agitation entspricht oder etwa größer ist. Aber, wie gesagt, selbst unter den günstigsten Bedingungen — wenn man äußerstes Millikansches Ultraviolett ($\lambda = 200$ Å) in einem Gas von niedriger Temperatur absorbieren ließe — beträgt die Geschwindigkeitsänderung für ein Gasmolekül von mittlerer thermischer Geschwindigkeit doch nur wenige Promille.

Zürich, am 7. Juni 1922.

(Eingegangen 7. Juni 1922.)

Das Neuburgersche Kernmodell und die Erfahrung [1]).

Von F. Pablo Valeras.

Die in den letzten Jahren in den deutschen Zeitschriften für Physik und Chemie veröffentlichten Abhandlungen über die Konstitution der positiven Kerne der Atome habe ich aufmerksam verfolgt und den Eindruck erhalten, daß zwei Modelle der Atomkerne besonderes Interesse verdienen.

Das Modell der Atomkerne, welches von M. C. Neuburger [2]) veröffentlicht worden ist, kann man heute als das zurzeit beste bezeichnen. Ist doch der durch dieses Kernmodell zum Ausdruck gebrachte Zusammenhang zwischen den Elementen besonders befriedigend. Doch auch dieses Kernmodell ist nicht frei von dunklen Punkten, auf welche ich hier etwas eingehen will.

L. Meitner [3]) hat schon vor M. C. Neuburger ein Modell der positiven Kerne der Atome veröffentlicht, welches von M. C. Neuburger in mehreren Abhandlungen in seinen Anwendungen ausführlich besprochen worden ist. Aus diesen Abhandlungen drängt sich mit Rücksicht auf das viel wertvollere Neuburgersche Kernmodell der Schluß auf, daß das Meitnersche Kernmodell abzulehnen ist.

Das Neuburgersche Kernmodell hat unter anderen vor dem Meitnerschen Kernmodell den nicht zu unterschätzenden Vorzug, daß es alle Atomkerne in ihrer Zusammensetzung darstellen kann, was das Meitnersche Kernmodell nicht vermag. Denn das Meitnersche Kernmodell hat für das Atomgewicht A die Formel

$$A = 4n + p \qquad (p = 0, 1, 2, 3)$$

und als allgemeine „Kernformel"

$$\frac{z}{2}\alpha + \left(n - \frac{z}{2}\right)(\alpha' + 2\beta) + p\,(H + e)$$

Hier bezeichnen z die Ordnungszahl, α' das gebundene α-Teilchen und $(H + e)$ das Wasserstoffatom. In den positiven Kernen der Atome sind nach diesem Kernmodell nur die α- und β-Teilchen in nicht gebundenem Zustand vorhanden. Das Meitnersche Kernmodell vermag z. B. nicht die Atomkerne von Bor_{10}, Bor_{11}, Stickstoff, Fluor und vieler anderer in ihrer Zusammensetzung wiederzugeben. Es ist daher nicht allgemein anwendbar.

Das Neuburgersche Kernmodell hat für das Atomgewicht die Formel

$$A = 4n + 3s + p \qquad (p = 0, 1, 2),$$

für die Ordnungszahl z

$$z = 2n + 2s + p - v,$$

für die Gesamtsumme der „Kernbausteine"

$$N_k = n + s + p + v$$

und die allgemeine „Kernformel" F_k

$$F_k = n\alpha + s\alpha_i + pH^+ + v\beta.$$

Es bezeichnen n die Anzahl der α-Teilchen, s die Anzahl der α_i-Teilchen, p die Anzahl der Kerne des Wasserstoffatoms, v die Anzahl der β-Teilchen. Die α_i-Teilchen sind die Atomkerne von Rutherfords X_3. Dieses Element hat die Ordnungszahl 2 und das Atomgewicht 3. Es ist also ein Isotop des Heliums und M. C. Neuburger nennt es treffend „Isohelium" und bezeichnet dessen Atomkern als „Iso-α-Teilchen" mit dem Buchstaben α_i. Im Gegensatz zu dem Kernmodell von L. Meitner vermag das von M. C. Neuburger jeden Atomkern darzustellen.

Leider scheint aber das „Isohelium" nicht zu existieren. F. W. Aston hat es auch durch die Kanalstrahlenanalyse nicht gefunden. E. Rutherford hat auch nichts mehr über dieses Element veröffentlicht. Man muß daher über die wirkliche Existenz des „Isoheliums" und damit auch über die Existenz von dessen Atomkern, dem „α_i-Teilchen" ernste Zweifel hegen. Dadurch ist jedoch dem Neuburgerschen Kernmodell eine wesentliche Grundlage entzogen. Auch über eine Bestätigung des Neuburgerschen Kernmodells — und auch keines anderen — durch Experimentalergebnisse ist nichts bekannt geworden. Falls die Existenz des „Isoheliums" nicht nachgewiesen werden kann und auch keine Experimentalergebnisse für das Neuburgersche Kernmodell sprechen, ist auch dieses Kernmodell abzulehnen.

Es könnte dann folgendes Modell der Atomkerne Gültigkeit haben, dessen Atomgewichtsformel

$$A = 4n + p \qquad (p = 0, 1, 2, 3)$$

ist und die „Kernformel"

$$F_k = n\alpha + pH^+ + v\beta$$

hat. Die Ordnungszshl z ist

$$z = 2n + p - v.$$

Dieses hier veröffentlichte Kernmodell kann ebenfalls sämtliche Atomkerne in ihrer Zusammensetzung wiedergeben und ist überdies von der Existenz des „Isoheliums" unabhängig. Es vermag daher das Neuburgersche Kernmodell vollständig zu ersetzen.

---

1) Übersetzung aus dem Spanischen von Dr. ing. A. Reinder.

2) Zeitschr. f. physik. Chem. **99**, 454, 1921; diese Zeitschr. **23**, 133, 145, 1922.

3) Die Naturwissenschaften **9**, 423, 1921.

4) Zeitschr. f. physik. Chem. **99**, 161, 168, 321, 328, 1921; Zeitschr. f. anorg. u. allgem. Chem. **120**, 150, 1921; Nature **108**, 180, 1921.

Zusammenfassung.

1. Das Meitnersche Kernmodell ist unbedingt abzulehnen.

2. Das Neuburgersche Kernmodell ist nur dann zuzulassen, wenn es durch die Erfahrung bestätigt wird und die Existenz des Isoheliums nachgewiesen ist. Sind diese Bedingungen erfüllt, so ist es als ein ganz vorzügliches Kernmodell zu bezeichnen. Werden sie nicht erfüllt, so ist das Neuburgersche Kernmodell ebenfalls abzulehnen.

3. Es wird ein neues Kernmodell mitgeteilt, das dann allein gültig ist und dasselbe leistet wie das Neuburgersche Kernmodell.

Madrid, den 14. April 1922.

(Eingegangen 9. Mai 1922.)

Notiz zur vorstehenden Arbeit.

Von Lise Meitner.

Die Redaktion der Physikalischen Zeitschrift war so freundlich, mir die vorstehende Arbeit vor ihrem Erscheinen einzusenden, und ich möchte ein paar ganz kurze Bemerkungen an sie anschließen.

Ich habe niemals beabsichtigt, ein allgemein gültiges Kernmodell aufzustellen und ich glaube auch nicht, daß unsere heutigen Kenntnisse dazu überhaupt ausreichen.

In meiner Arbeit „Über die verschiedenen Arten des radioaktiven Zerfalls und die Möglichkeit ihrer Deutung aus der Kernstruktur" habe ich lediglich versucht, gewisse auffällige Gesetzmäßigkeiten der radioaktiven Zerfallsreihen durch eine sehr allgemein gehaltene Annahme über die Kernstruktur verständlich zu machen. Diese Annahme besagt, daß die Kerne der komplizierteren Atome aus einer Anzahl einfacherer Kerne bestehen, die die Ordnungszahl bestimmen und außerdem aus einer Anzahl von Kernen, deren Ladung durch Elektronen neutralisiert ist und die bedingen, daß mit wachsender Ordnungszahl das Atomgewicht rascher ansteigt, als die Kernladungszahl. Meine daran geknüpften Betrachtungen für die radioaktiven Umwandlungen sind ganz unabhängig von zahlenmäßigen Angaben und die von mir ausschließlich für radioaktive Kerne angeführten Zahlen sind nur Illustrationsbeispiele. Der ganz unberechtigte Ausdruck „Meitnersches Kernmodell" ist von Herrn Neuburger eingeführt worden in seinen zahlreichen Abhandlungen über Kernmodelle, die durch Rutherfords Widerruf der Existenz des He_3 wohl als widerlegt betrachtet werden müssen.

Die Kernformel des Herrn Pablo Valeras berücksichtigt die radioaktiven Erscheinungen gar nicht und drückt nur aus, daß die Kerne sich aus Heliumkernen, Wasserstoffkernen und Elektronen aufbauen, woran heute wohl ohnehin nicht gezweifelt wird.

Berlin-Dahlem, Juni 1922.

(Eingegangen 12. Juni 1922.)

Erwiderung auf die Arbeit von Herrn P. Valeras „Das Neuburgersche Kernmodell und die Erfahrung".

Von Maximilian Camillo Neuburger.

Zu den drei Ergebnissen der Arbeit von Herrn P. Valeras[1]) möchten wir folgende Bemerkungen machen.

Zu 1. Wir stimmen P. Valeras in diesem Punkte völlig bei. Das von L. Meitner angegebene Kernmodell ist tatsächlich nicht imstande eine größere Anzahl von Atomkernen in ihrem Aufbau darzustellen. So z. B. die Atomkerne von Li_6, Li_7, B_{10}, B_{11}, N_{14}, F_{19}, Na_{23}, Al_{27}, P_{31}, Cl_{35}, K_{39}. Unseres Erachtens muß von jedem brauchbaren Kernmodell unbedingt verlangt werden, daß es den Aufbau sämtlicher Atomkerne darzustellen vermag. Das Meitnersche Kernmodell ist daher unbedingt abzulehnen.

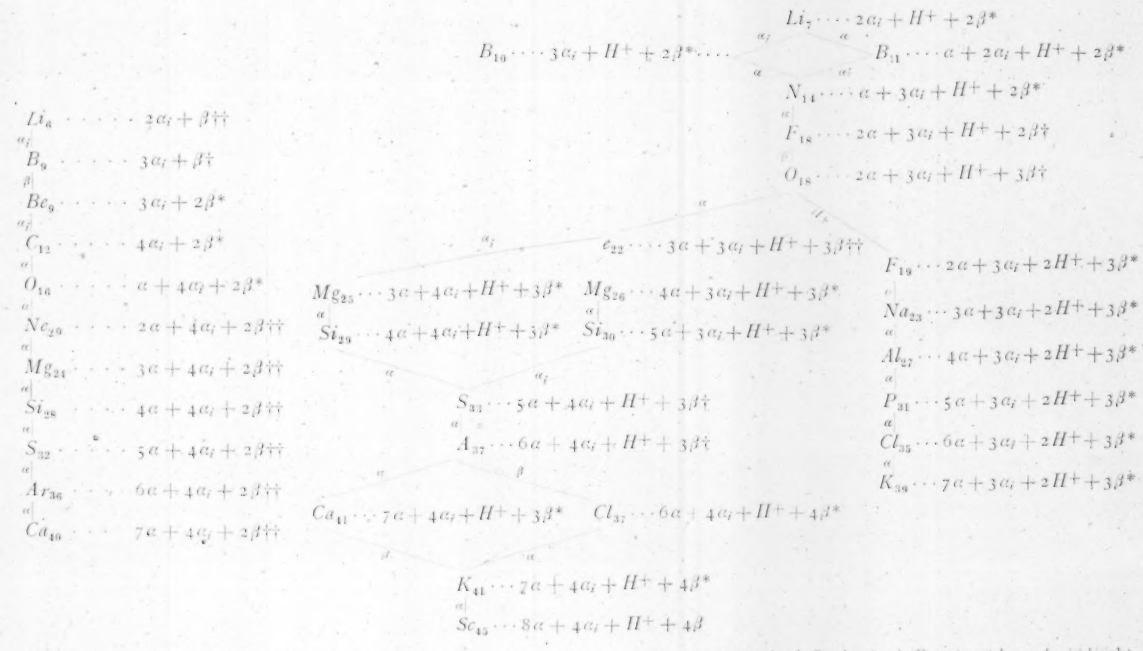
Zu 2. Die Forderung, die P. Valeras an unser Kernmodell stellt, ist bereits erfüllt. Unsere Kernformeln wurden von Rutherford[2]) experimentell bestätigt (siehe das genetische Schema S. 306). Es sei hier noch erwähnt, daß nur unser Kernmodell[3]) imstande ist, z. B. den Kern von Be_9 in seinem Aufbau so wiederzugeben, daß deren Kernformel mit den Experimentalergebnissen vollkommen im Einklang steht.

Ob das Isohelium wirklich frei existiert oder nicht, ist für unser Kernmodell belanglos. Vielleicht ist es nur im Kraftfelde der Kerne existenzfähig.

Unser Kernmodell ist also experimentell bestätigt.

Zu 3. Das von P. Valeras angegebene Kernmodell ist gar nicht neu und ebenfalls nicht auf alle Atomkerne anwendbar, z. B. kann es Be_9 nicht darstellen.

1) Diese Zeitschr. **23**, 304, 1922.
2) Phil. Mag. (6) **42**, 809—825, 1921; Nr. 251 u. a.
3) Diese Zeitschr. **23**, 133—136, 1922.



* bedeutet auf experimentellem Wege direkt bestätigt; † bedeutet völlig unstabil; †† bedeutet durch Rutherfords Experimentalversuche indirekt bestätigt.

Dieses Modell ist also ebenfalls abzulehnen. Die obigen Bemerkungen sind nur des beschränkten Raumes wegen so kurz abgefaßt. Eine ausführliche Behandlung der von P. Valeras aufgeworfenen Fragen werden wir in unserem in einiger Zeit erscheinenden Buche „Atombau, das Anwendungsgebiet der Elektronen-, Quanten- und Relativitätstheorie" liefern.

Wien, 6. Juli 1922.

(Eingegangen 8. Juli 1922.)

Eine Erklärung des Einstein-de Haas-Effektes durch Annahme rotierender Atomkerne.

Von W. Braunbek.

Schon im Jahr 1915 hat A. Einstein in seiner Abhandlung[1]): „Experimenteller Nachweis der Ampèreschen Molekularströme" gezeigt, daß ein Atom, das man als ein System umlaufender Elektronen betrachten kann, ein magnetisches Moment von der Größe

$$\mathfrak{M} = -\frac{\varepsilon}{2\mu}\mathfrak{P} \qquad (1)$$

besitzen muß, wenn $\mathfrak{P}$ das Impulsmoment des Atoms, μ die Elektronenmasse und ε den absoluten Wert der Elementarladung bezeichnet.

Danach müßte für einen aus solchen Atomen aufgebauten Körper jede Magnetisierungsänderung eine Impulsänderung, und damit ein nach außen bemerkbares Drehmoment D um die Achse der Magnetisierungsänderung zur Folge haben, und zwar würde eine Änderung der Magnetisierung um ΔM pro Atom einen Drehstoß

$$\int \mathfrak{D}\,dt = -\Delta\mathfrak{P} = \frac{2\mu}{\varepsilon}\Delta\mathfrak{M} \qquad (2)$$

und für den ganzen Körper

$$\int D\,dt = \frac{2\mu}{\varepsilon}\Delta M$$

erzeugen.

Die ersten Messungen von W. J. de Haas[1]) an dünnen Eisenstäbchen schienen diesen Effekt qualitativ und quantitativ zu bestätigen, spätere eingehendere Untersuchungen von E. Beck[2]) und G. Arvidsson[3]) aber taten einwandfrei dar, daß das Experiment einen kleineren Drehstoß ergibt, als Gl. (2) erwarten läßt, also

$$\int D\,dt = k\cdot\frac{2\mu}{\varepsilon}\Delta M \qquad (3)$$

wobei der Faktor k von ihnen bei Eisen zu 0,53, also rund zu $\frac{1}{2}$ bestimmt wurde.

Die Gl. (1) und damit auch die mit den Versuchsergebnissen in Widerspruch stehende Gl. (2) beruhen nun offenbar auf der stillschweigenden Voraussetzung, daß das magnetische Moment wie auch das Impulsmoment des Atoms nur den Elektronen mit ihrem $\frac{\varepsilon}{m} = \frac{\varepsilon}{\mu}$ zuzuschreiben ist, und daß die im Atom zweifellos noch vorhandenen Bestandteile mit anderem $\frac{\varepsilon}{m}$ (Kerne oder Kernbestandteile) sich entweder in Ruhe befinden, oder doch relativ so langsame Bewegungen ausführen, daß sie sowohl zum Impulsmoment als zum magnetischen Moment keinen nennenswerten Beitrag liefern.

Macht man diese Voraussetzung nicht, d. h. nimmt man an, daß sich die Bestandteile des Atomkernes in einer nicht zu vernachlässigenden Bewegung befinden, so erhält man infolge der verschiedenen $\frac{\varepsilon}{m}$ eine andere Beziehung zwischen $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{P}$ als die durch (1) gegebene. Es werden dann im allgemeinen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{M}$ nicht mehr dieselbe Richtung haben.

Als mögliche Bewegung der Kernbestandteile kommt natürlich nur eine umlaufende, planetenartige Bewegung in Betracht, die der Bewegung der Elektronen ganz analog ist.

Es ist nun interessant zu untersuchen, welche Gesichtspunkte schon die allgemeine heutige Auffassung vom Atombau für eine solche „Rotation" der Atomkerne, besser ausgedrückt für eine Planetenbewegung ihrer Bestandteile liefert, und ob sich diese Gesichtspunkte nachher mit den aus dem Einstein-de Haas-Effekt abgeleiteten in Einklang bringen lassen.

Zunächst erfordert die Tatsache der Radioaktivität, daß die Atomkerne aus kleineren Teilen, z. B. H-Kernen, He-Kernen und Elektronen, aufgebaut sein müssen. Diese Teile werden natürlich nicht gegenseitig im statischen Gleichgewicht sein, sondern es wird zur Herstellung des Gleichgewichtes eine Umlaufsbewegung einzelner Teile nötig sein, genau so, wie dies in größerem Maßstab bei den Atomen geschieht. Für diese Bewegungen müssen dann auch die Quantenregeln gelten, und da die inneren Kräfte des Kerns jedenfalls so groß sind, daß die von den äußeren Elektronen herrührenden Kräfte für den Kern nur als kleine Störungen wirken, so kann der Kern für sich betrachtet als abgeschlossenes System angesehen, und sein Impulsmoment zu

1) A. Einstein u. W. J. de Haas, Verhandlungen der Deutschen Phys. Gesellschaft **17**, 152, 1915.
2) E. Beck, diese Zeitschr. **20**, 490, 1919; Ann. d. Phys. **60**, 109, 1919.
3) G. Arvidsson, diese Zeitschr. **21**, 88, 1920.

$n \cdot \frac{h}{2\pi}$ angesetzt werden. Ja, man kann sogar noch vermuten, daß im gewöhnlichen Zustand sowohl Kern- als ganzes Atom die azimutale Quantenzahl 1 hat, daß also beide das Impulsmoment $\frac{h}{2\pi}$ besitzen.

Was weiter die Achsenrichtung des Impulsmomentes anbetrifft, so kann zunächst die Achse des Kerns im Atom noch beliebig liegen. Aber der Kern besitzt ja ein magnetisches Moment, und befindet sich im Magnetfeld der Elektronen. Ein Zustand minimaler Energie ist also der, bei dem das magnetische Moment des Kerns in Richtung des Magnetfeldes der Elektronen liegt. Bei einer räumlichen Elektronenanordnung braucht nun zwar weder die Richtung des magnetischen Momentes der Elektronen mit der Richtung ihres Feldes, noch die Richtung des magnetischen Momentes des Kerns mit der Richtung seines Impulsmomentes übereinzustimmen, aber man kann doch vermuten, daß im Normalzustand die beiden magnetischen Momente im wesentlichen denselben Sinn, also infolge der entgegengesetzten Ladung von Kern und Elektronen die beiden Impulsmomente entgegengesetzten Sinn haben.

Es wären also aus der allgemeinen Auffassung über den Atombau heraus folgende Gesichtspunkte für die Kernrotation zu erwarten:

1. Der Kern bildet für sich ein System umlaufender Bestandteile.
2. Das Impulsmoment des Kerns ist wie dasjenige des ganzen Atoms ein ganzes Vielfaches von $\frac{h}{2\pi}$

und als etwas weniger sichere Vermutungen:

3. Das Impulsmoment des ganzen Atoms und das des Kerns sind der Größe nach beide gleich $\frac{h}{2\pi}$.
4. Das Impulsmoment des Kerns hat einen im wesentlichen entgegengesetzten Sinn wie das der Elektronen.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen soll nun die modifizierte Theorie des Einstein-de Haas-Effektes abgeleitet werden.

An Stelle der Gl. (1) tritt jetzt:

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{2} \Sigma \frac{e}{m} \mathfrak{p}. \qquad (4)$$

Die Summe, die über alle Atombestandteile zu nehmen ist, zerfällt in 2 Teile: den Beitrag der Elektronen, und den Beitrag der positiven Ladungsträger, die unter sich noch verschiedenes $\frac{e}{m}$ haben mögen.

Also:

$$\mathfrak{M} = -\frac{\varepsilon}{2\mu} \Sigma \mathfrak{p}_e + \tfrac{1}{2} \Sigma \frac{e}{m} \mathfrak{p}_x.$$

Da nun jedenfalls alle $\frac{e}{m}$ der positiven Ladungsträger sehr klein sind gegen $\frac{\varepsilon}{\mu}$, so kann man, falls nicht $\Sigma \mathfrak{p}_x >> \Sigma \mathfrak{p}_e$ ist, die zweite Summe weglassen, und schreiben:

$$\mathfrak{M} = -\frac{\varepsilon}{2\mu} \mathfrak{P}_e = -\frac{\varepsilon}{2\mu} (\mathfrak{P} - \mathfrak{P}_x), \qquad (5)$$

wenn $\mathfrak{P}_e$, bzw. $\mathfrak{P}_x$ die Summe der Impulsmomente aller Elektronen, bzw. aller positiver Ladungsträger bezeichnet.

Hieraus folgt für eine Magnetisierungsänderung $\Delta\mathfrak{M}$ eines einzelnen Atoms:

$$\Delta\mathfrak{M} = -\tfrac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\mu} (\Delta\mathfrak{P} - \Delta\mathfrak{P}_x),$$

$$\int \mathfrak{D} dt = -\Delta\mathfrak{P} = \frac{2\mu}{\varepsilon} \Delta\mathfrak{M} - \Delta\mathfrak{P}_x. \qquad (6)$$

Diese Gleichung gilt für jedes einzelne Atom. Wird nun ein Körper, der aus solchen Atomen besteht, bei voller Sättigung ummagnetisiert, so ist $\Delta\mathfrak{M}$ für alle Atome dasselbe, da bei Sättigung die magnetischen Momente aller Atome als parallel betrachtet werden müssen. Dagegen werden die $\Delta\mathfrak{P}_x$ ungeordnet um die Magnetisierungsachse verteilt sein, und es kommen von ihnen für den Gesamteffekt nur die Komponenten in Richtung dieser Achse in Betracht.

Macht man noch die Annahme, daß beim Vorgang der Ummagnetisierung die gegenseitige Lage der Achsen im Atom erhalten bleibt, und sich nur die Gesamtorientierung der Atome ändert, so erhält man aus (6):

$$\int \mathfrak{D}_u dt = \frac{2\mu}{\varepsilon} \Delta\mathfrak{M} \left(1 + \left|\frac{\mathfrak{P}_x}{\mathfrak{P}_e}\right| \cos(\mathfrak{P}_x, \mathfrak{P}_e)\right)$$

und für den ganzen Körper:

$$\int D dt = \frac{2\mu}{\varepsilon} \Delta M \left(1 + \left|\frac{\mathfrak{P}_x}{\mathfrak{P}_e}\right| \cos(\mathfrak{P}_x, \mathfrak{P}_e)\right),$$

wobei das Mittel über alle Atome zu nehmen ist.

Dies liefert durch Vergleich mit (3):

$$k = 1 + \left|\frac{\mathfrak{P}_x}{\mathfrak{P}_e}\right| \cos(\mathfrak{P}_x, \mathfrak{P}_e). \qquad (7)$$

Man sieht also, daß die entwickelte Theorie jeden Faktor k durch Annahme einer passenden Kernrotation erklären könnte, und daß umgekehrt eine experimentelle Bestimmung von k eine Aussage über gewisse Mittelwerte der Impulsmomente in dem betreffenden Atom liefert, z. B. nach den Messungen von Beck für Eisen:

$$\left|\frac{\mathfrak{P}_x}{\mathfrak{P}_e}\right| \cos(\mathfrak{P}_x \mathfrak{P}_e) = -\tfrac{1}{2}. \qquad (8)$$

Zunächst sieht man, daß immer $\cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon) < 0$ sein muß, was mit Vermutung (4) übereinstimmt. Weiter kann man Gl. (8) noch wesentlich umformen, wenn man die plausible Annahme macht, daß $|\mathfrak{P}_\varepsilon|$ für alle Atome dasselbe ist.

Da nämlich:

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_\kappa + \mathfrak{P}_\varepsilon,$$

also:

$$\mathfrak{P}^2 = (\mathfrak{P}_\kappa + \mathfrak{P}_\varepsilon)^2 = \mathfrak{P}_\kappa^2 + \mathfrak{P}_\varepsilon^2 + 2\,|\mathfrak{P}_\varepsilon| \cdot |\mathfrak{P}_\kappa| \cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon)$$

oder:

$$\frac{1}{|\mathfrak{P}_\varepsilon|} \cdot |\mathfrak{P}_\kappa| \cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\mathfrak{P}^2}{\mathfrak{P}_\varepsilon^2} - \frac{\mathfrak{P}_\kappa^2}{\mathfrak{P}_\varepsilon^2} - 1\right)$$

ist, so kann man Gl. (8) auch schreiben:

$$\mathfrak{P}_\kappa^2 = \mathfrak{P}^2.$$

Diese Beziehung ist so einfach, daß man versucht ist, sie nicht nur als Mittelwertsbeziehung aufzufassen, sondern sie jedem einzelnen Atom zuzuschreiben, hauptsächlich auch im Hinblick auf Vermutung (3), auf die sie direkt hinzuweisen scheint.

Nimmt man die Vermutungen (1) bis (4) versuchsweise als richtig an, so würde dies liefern:

$$|\mathfrak{P}| = |\mathfrak{P}_\kappa| = \frac{h}{2\pi},$$

$$|\mathfrak{P}_\varepsilon| = |\mathfrak{P}| \cos(\mathfrak{P}\mathfrak{P}_\varepsilon) - |\mathfrak{P}_\kappa| \cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon) = -2 \cdot \frac{h}{2\pi} \cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon).$$

Also:

$$\frac{|\mathfrak{P}_\kappa|}{|\mathfrak{P}_\varepsilon|} \cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon) = -\tfrac{1}{2},$$

was mit (8) übereinstimmt.

Die Vermutungen (1) bis (4) liefern also gerade den Faktor $\frac{1}{2}$ im Einstein-de Haas-Effekt. Es müßte sich aus ihnen aber in quantitativer Hinsicht noch mehr ergeben. Es kann nämlich $\cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon)$ offenbar höchstens gleich -1 werden, was dem einfachen Fall entspricht, daß $\mathfrak{P}_\kappa$ und $\mathfrak{P}_\varepsilon$ gerade umgekehrten Drehsinn haben. In diesem Falle wäre $|\mathfrak{P}_\varepsilon|$ und somit auch $|\mathfrak{M}|$ ein Maximum, das wir einmal für Eisen zahlenmäßig ausrechnen wollen. Nach den gemachten Annahmen ist:

$$|\mathfrak{P}_\varepsilon| = 2 \cdot \frac{h}{2\pi} = 2{,}08 \cdot 10^{-27},$$

$$|\mathfrak{M}| = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot |\mathfrak{P}_\varepsilon| = 1{,}85 \cdot 10^{-20}.$$

Die diesen Werten entsprechende spezifische Magnetisierung wäre:

$$M = N|\mathfrak{M}| = \frac{7{,}8}{55{,}9} \cdot 6{,}1 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}85 \cdot 10^{-20} = 1570.$$

Der wirkliche Wert der Sättigungsmagnetisierung für reines Eisen ist 1720. Der auf Grund der Annahme (3) abgeleitete Maximalwert der Magnetisierung im Eisen unterscheidet sich also von der beobachteten Sättigungsmagnetisierung nur um 10 Proz. Da aber die wirkliche Sättigung größer ist als der theoretische Maximalwert, und da in den verwendeten Größen $\frac{\varepsilon}{\mu}$ und L eine Unsicherheit von 10 Proz. nicht angenommen werden kann, so müßte die Annahme (3) doch etwas modifiziert werden. Man könnte den Unterschied durch die Annahme erklären, daß zwar die meisten Atome sich im Quantenzustand 1 befinden, daß aber doch auch höhere Quantenzustände vorkommen. Die wesentlich niedrigeren Sättigungsmagnetisierungen bei Nickel und Kobalt ließen sich zwanglos durch einen $\cos(\mathfrak{P}_\kappa \mathfrak{P}_\varepsilon)$ deuten, der nicht den Extremwert -1 hat.

In Anbetracht des Umstandes, daß der Einstein-de Haas-Effekt bis jetzt nur an Eisen und Nickel gemessen wurde, ist natürlich das Gewicht der oben gemachten Annahmen noch ein sehr geringes, und es wäre sehr wünschenswert, wenn die Messungen auch auf Kobalt, und besonders auch auf Heuslersche Legierungen verschiedener Zusammensetzung ausgedehnt würden, da gerade die letzteren am ehesten Aufschluß über eine etwaige Allgemeingültigkeit des Gesetzes $k = \frac{1}{2}$ geben könnten.

Zum Schluß möchte ich die Ergebnisse der Arbeit kurz dahin zusammenfassen:

1. Der Faktor k, durch den sich beim Einstein-de Haas-Effekt das Versuchsergebnis von dem Ergebnis der ursprünglichen Theorie unterscheidet, kann erklärt werden durch Annahme zusammengesetzter Atomkerne mit umlaufenden Bestandteilen.

2. Die experimentelle Bestimmung von k liefert damit eine Aussage über gewisse Mittelwerte der Impulsmomente in den betreffenden Atomen.

3. Durch Ausdehnung der für die Mittelwerte erhaltenen Beziehungen auf jedes einzelne Atom wird wahrscheinlich gemacht, daß k für alle ferromagnetischen Stoffe exakt gleich $\frac{1}{2}$ ist, und daß in ihren Atomen die Impulsmomente des Kerns und des ganzen Atoms gleich groß sind, und zwar bei den meisten Atomen gleich $\frac{h}{2\pi}$.

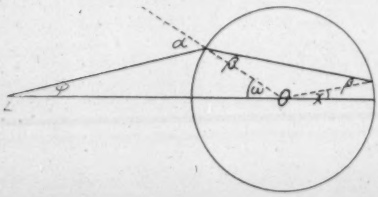
Berlin, 16. Juni 1922.

(Eingegangen 19. Juni 1922.)

Zur Lichtbrechung in Kreiszylindern oder Kugeln.

Von Carl Schmidt.

1. Beleuchtet man einen lichtbrechenden Kreiszylinder durch einen Lichtfaden parallel dessen Seitenlinie, oder eine Kugel durch eine punktförmige Lichtquelle, so erscheint auf der mit dünnem Papier belegten andern Seite ein scharfbegrenzter Lichtstreifen, bzw. kreisrunder Lichtfleck[1]). Die Breite des Lichtstreifens ist ceteris paribus abhängig von der Entfernung der Lichtquelle. Sie strebt einem bestimmten Grenzwert bei unendlicher Entfernung zu. Die Randstrahlen des austretenden Lichtes entsprechen dabei nicht den tangential auftreffenden Strahlen (wie z. B. A. Witting, l. c. annimmt), sondern einem Grenzeinfallswinkel, der weit kleiner ist als 90°. Blendet man alles Licht ab, das größeren Einfallswinkeln entspricht, so bleibt die Breite des austretenden Bündels ungeändert. Es ist mir gelungen, die Größe dieses Grenzwinkels und die Breite des austretenden Büschels in eine einfache Beziehung zu bringen. Ist diese bekannt, so läßt sich der Versuch elementar zur Bestimmung des Brechungsindex des Zylinders oder der Kugel oder der darin enthaltenen Flüssigkeit auswerten.



2. Die Figur stelle den Querschnitt der Versuchsanordnung, bei Verwendung einer Kugel, eine Ebene durch Lichtpunkt und Kugelmittelpunkt, dar. $LO = e$ sei die Entfernung, r der Radius, α, β, ω, χ seien die in der Figur bezeichneten Winkel, die sich auf den beliebigen gezeichneten Lichtstrahl beziehen. Zur genauen Konstruktion des Lichtstrahles vgl. die elegante von Weierstraß stammende[2]).

Das gestellte Problem ist dann: Für welchen Öffnungswinkel ω ist der Austrittswinkel χ ein Maximum?

Es wird sich ergeben, daß

$$\operatorname{tg}\frac{\chi_{\max}}{2} = \left(\operatorname{tg}\frac{\omega_{\max}}{2}\right)^3. \qquad (1)$$

3. Das genau formulierte Problem kann etwa so gefaßt werden:

$$\chi(\omega, \beta, \alpha, \varphi) \equiv 2\beta - \omega \qquad (2)$$

soll ein Maximum werden, während

$$g(\omega, \beta, \alpha, \varphi) \equiv \sin\alpha - n\sin\beta = 0, \qquad (3)$$
$$h(\omega, \beta, \alpha, \varphi) \equiv r\sin\alpha - e\sin\varphi = 0, \qquad (4)$$
$$l(\omega, \beta, \alpha, \varphi) \equiv \alpha - \omega - \varphi = 0. \qquad (5)$$

Die Lagrangesche Behandlung der Funktion

$$F = \chi + \lambda g + \mu h + \nu l$$

liefert als vierte Gleichung zu (3) bis (5) die Beziehung

$$-1 + \frac{2\cos\alpha_g}{n\cos\beta_g} + \frac{r\cos\alpha_g}{e\cos\varphi_g} = 0, \qquad (6)$$

so daß jetzt 4 Gleichungen für die 4 Unbekannten da sind.

Im Folgenden sollen die Indizes der Einfachheit halber wieder fortbleiben. Die Auswertung dieser 4 Gleichungen ist im allgemeinen umständlich. Nur für $e = \infty$, $\varphi = 0$ ergibt sich aus (6) die hübsche Beziehung

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{n}{2}, \qquad (7)$$

die zusammen mit (3) den einfachen Satz ergibt

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = 2 \quad (\text{für } e = \infty!). \qquad (8)$$

Da somit 2 Beziehungen zwischen α und β bestehen, lassen sich die Grenzwinkel α bzw. β sogleich durch n ausdrücken. Man hat

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}, \quad \chi = 2\beta - \alpha$$
$$\sin\beta = \sqrt{\frac{4-n^2}{3n^2}}, \quad \omega = \alpha \quad n = \sqrt{4 - 3\sin^2\alpha} \quad (\text{für } e = \infty!). \qquad (9)$$

Für Wasser ($n \sim \frac{4}{3}$) ergibt sich etwa

$$\sin\alpha = 0{,}86, \quad \sin\beta = 0{,}645,$$

woraus α und β etwa zu 60 bzw. 40° sich ergeben.

Es braucht somit von einem parallelen Lichtbündel nur $^2/_3$ der Vorderfläche getroffen werden, wenn die maximale Austrittsbreite erreicht werden soll. Das dann austretende Strahlenbündel ist bezüglich seiner Helligkeit homogener, als wenn die ganze Vorderfläche beleuchtet würde, da die vom Rande her gebrochenen Lichtstrahlen den Rand des Lichtstreifens heller machen als sein Inneres.

4. Für den Fall, daß die Lichtquelle in endlicher Entfernung steht, ist es bequemer, aus den Beziehungen (3), (4) und (5) α und φ zu eliminieren, und dann χ nur als Funktion von β und ω anzusehen.

1) Vgl. z. B. A. Witting, Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unt. **23**, 171, 1910.

2) Vgl. z. B. Handb. d. Naturwissenschaften, Bd. 6, S. 253 unter Lichtbrechung.

Das gelingt auf folgende Weise

$$\sin(\alpha - \omega) = \frac{r}{e}\sin\alpha = \frac{r}{e}n \cdot \sin\beta,$$

und unter Benutzung von (3) und einigen Umformungen

$$n^2 \sin^2\beta\left(\frac{\cos\omega - \sin s}{\sin\omega} + 1\right) - 1 = 0. \quad (10)$$

Hier ist gesetzt

$$\frac{r}{e} = \sin s, \quad (11)$$

wo s also den halben Sehwinkel von der Lichtquelle zum Zylinder bedeutet.

Jetzt heißt das Maximalproblem

$$\chi(\omega, \beta) = 2\beta - \omega, \quad (2)$$

soll zum Maximum werden, während die Beziehung (10) besteht. Das Lagrangesche Verfahren liefert

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{1 + \left(\frac{\cos\omega - \sin s}{\sin\omega}\right)^2}{2\left(\frac{\cos\omega - \sin s}{\sin^3\omega}\right)(1 - \cos\omega\sin s)} = \frac{(1 - 2\sin s\cos\omega + \sin^2 s)\sin\omega}{2(\cos\omega - \sin s)(1 - \cos\omega\sin s)}, \quad (12)$$

was für $s = 0$ (d. h. $e = \infty$ wieder in (8) übergeht.

Um die in (1) behauptete Beziehung zu finden, setze man gemäß (2)

$$\beta = \frac{\chi + \omega}{2}$$

und benütze das Additionstheorem in der Form

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\chi + \omega}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg}\frac{\omega}{2} + \operatorname{tg}\frac{\chi}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\omega}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}}.$$

Die Auflösung von (12) nach $\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}$ ist eine etwas mühsame Rechnung, die aber das behauptete einfache Resultat liefert:

$$\operatorname{tg}\frac{\chi}{2} = \frac{2\cdot\sin^3\frac{\omega}{2}(1 + \sin s)^2}{2\cdot\cos^3\frac{\omega}{2}(1 + \sin s)^2} = \operatorname{tg}^3\left(\frac{\omega}{2}\right), \quad (1)$$

welches für $e = \infty$ übergeht in

$$\operatorname{tg}\frac{\chi}{2} = \operatorname{tg}^3\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (1a)$$

5. Die abgeleiteten Gleichungen ergeben eine einfache Methode zur Bestimmung des Brechungsindex von Flüssigkeiten in Flaschen, Kugeln, oder so gestalteten durchsichtigen Körpern überhaupt.

Man lasse paralleles Licht auf den Körper fallen und bestimme den Öffnungswinkel χ des austretendes Lichtes.

Darauf berechne man

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt[3]{\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}}, \quad \beta = \frac{\chi + \alpha}{2}, \quad n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta};$$

oder n nach (9).

Befindet sich die Lichtquelle in endlicher Entfernung, so genügen auch die 3 Messungen von e, r und χ. Dann liefert Gl. (1)

$$\operatorname{tg}\frac{\omega}{2} = \sqrt[3]{\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}}.$$

Ferner

$$\beta = \frac{\chi + \omega}{2},$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{r\sin\omega}{e - r\cos\omega},$$

$$\alpha = \varphi + \omega,$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

Einige rohe Messungen mit Wasser in runden Glasschüsseln auf Kreisteilungspapier und einfacher Kerze als Lichtquelle lieferten danach folgende Werte:

	gemessen			berechnet				
	r	e	χ	ω	φ	α	β	n
1.	9,2 cm	77,5 cm	$26^5/_8{}^0$	$63^0\,28^1/_2{}'$	$6^0\,20'$	$69^0\,48^1/_2{}'$	$45^0\,2'$	1,327
2.	9,2 „	30,4 „	$22^7/_8{}^0$	51^0	$1^0\,22'$	$52^0\,22'$	$36^0\,56^1/_4{}'$	1,318
3.	11 „	93,3 „	$26^0\,30'$	$63^0\,23^1/_2{}'$	$6^0\,24'$	$69^0\,47^1/_2{}'$	$44^0\,56^3/_4{}'$	1,329.

Hamburg, 30. Mai 1922.

(Eingegangen 3. Juni 1922.)

BESPRECHUNGEN.

J. Stark, Natur der chemischen Valenzkräfte. 1. u. 2. Auflage. 8°. 27 S. Mit 4 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1922. M. 13.—.

Der Verfasser entwickelt hier in einem Vortrage, den er auf Einladung der Zentralstelle der wissenschaftlichen Forschungsarbeiten der Siemens & Halske-Aktiengesellschaft und der Siemens Schuckert-Werke am 11. November 1921 in Siemensstadt gehalten hat, seine bekannte Theorie der Valenzkräfte. Nach dieser vermitteln die an der Oberfläche jedes Atomes vorhandenen und an statische Gleichgewichtslagen gebundenen Valenzelektronen die wechselseitige chemische Bindung zweier Atome. Die moderne an das Rutherford-Bohrsche Atommodell anknüpfende Theorie der chemischen Bindung wird als völlig unzureichend abgelehnt. Man wird gerne zugeben, daß einerseits die Starksche Hypothese des Valenzelektrons zur Zeit ihrer Entstehung — also vor etwa 14 Jahren — einen wesentlichen Fortschritt bedeutete und als wichtiger Vorläufer der neueren Anschauungen betrachtet werden muß. Andererseits läßt es sich nicht leugnen, daß gerade das Problem der Deutung der chemischen Bindung im Molekül der modernen Atomtheorie ernstliche, aber sicher nicht unlösbare Schwierigkeiten bereitet. Trotzdem bleibt es ebenso bedauerlich wie unverständlich, daß der Verfasser, der Entdecker des Starkeffektes, die Bohrsche Atomtheorie so restlos als falsch verurteilt. Ihre Erfolge sind doch gerade was z. B. die Deutung des Starkeffektes betrifft, so unbestreitbar, daß an ihrer Richtigkeit kaum zu zweifeln ist. Die verschiedenen von Stark vorgebrachten Einwände sind überdies verhältnismäßig leicht zu entkräften. Wenn es der Bohrschen Atomtheorie bisher nur in wenigen Fällen gelungen ist, genaue quantitative Aussagen über das Wesen der chemischen Bindung zu machen, so liegt das nicht daran, daß sie von Grund aus falsch ist, sondern weil ihre Entwicklung noch nicht so weit fortgeschritten ist. Die Starksche Theorie wird aber zu diesem Grade der quantitativen Berechnung der Valenzkräfte auch bei Zuhilfenahme der neuesten von Stark in diesem Vortrage eingeführten Hypothese über die innere zyklische Bewegung der elektrischen Quanten wohl kaum aufsteigen. Immerhin mag es für den Chemiker nicht zwecklos sein, sich mit den Starkschen Anschauungen zu beschäftigen, denn sie bedeuten gegenüber den noch älteren Vorstellungen einen wesentlichen Fortschritt.

W. Grotrian.

Tagesereignisse.

An die deutschen Physiker.

Die Mehrzahl unserer russischen Fachgenossen ist in großer Bedrängnis, da die Verhältnisse ihnen nicht gestatten, deutsche wissenschaftliche Zeitschriften zu halten. Sie sind daher fast alle von der deutschen Wissenschaft so gut wie abgeschnitten. Um dieser Notlage wenigstens bis zu einem gewissen Grade abzuhelfen, bitten wir die deutschen Physiker, Sonderabzüge ihrer seit Kriegsbeginn erschienenen Veröffentlichungen, möglichst in einer größeren Zahl von Exemplaren zu senden an das Physikalische Institut der Universität, Berlin NW 7, Reichstagsufer 7/8, zu Händen des Herrn Professor Dr. W. Westphal. Die Sendungen werden von dort aus an das „Haus der Gelehrten" in Petersburg geleitet werden, wo für sachgemäße Verteilung an die russischen Physiker gesorgt ist. Besondere Wünsche können auch auf den Exemplaren vermerkt werden. Auch bei kommenden Veröffentlichungen bitten wir in gleicher Weise zu verfahren. An die gleiche Adresse können auch Wünsche bezüglich Sonderabdrucke russischer physikalischer Veröffentlichungen gerichtet werden.

Der Vorstand
der Deutschen Physikalischen Gesellschaft
Wien.

Ausschreiben zur Bewerbung um ein Stipendium der Mochizuki-Stiftung bei der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften.

Auf Grund des Beschlusses des Verwaltungsausschusses der Mochizuki-Stiftung vom 27. Mai d. J. wird gemäß §§ 2 und 3 der Stiftungsurkunde ein Stipendium für Forschungsarbeit in dem Fache der Physik im weitesten Sinne in Höhe von mindestens 30000 Mark jährlich auf 2 Jahre ausgeschrieben.

Die Bewerbung unterliegt folgenden Bedingungen:

1. der Bewerber muß promoviert haben;
2. der Bewerber muß den Nachweis erbringen, daß er Neigung und Talent zur Forschung hat: Einreichung eines möglichst vollständigen Berichts über die bisherige Laufbahn und Tätigkeit, eventuell Publikationen, Zeugnisse;
3. der Bewerber darf keine besoldete Stelle innehaben;
4. der Bewerber darf nicht bereits im Genuß eines ähnlichen Stipendiums sein.

Gemäß § 9 der Stiftungsurkunde kann die Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft verlangen, daß der Stipendiat seine Forschungsarbeiten in einem der Kaiser-Wilhelm-Institute ausführt.

Bewerbungen, die auch Angaben über die Arbeitspläne enthalten sollen, sind bis spätestens 1. Oktober 1922 zu richten an den Präsidenten der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft Seine Exzellenz Professor D. Dr. v. Harnack, Berlin C 2, Schloß, Portal 2.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der ord. Professor für Chemie an der Bergakademie in Clausthal Dr. Ernst Wilke-Dörfurt zum ord. Professor für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule Stuttgart, der Honorarprofessor an der Universität Rostock Dr. Richard Stoermer zum ord. Professor der organischen Chemie ebendaselbst, der Privatdozent an der Universität Zürich Dr. Mieczyslaw Wolfke zum ord. Professor der Experimentalphysik und Direktor des Physikalischen Instituts an der Technischen Hochschule Warschau.

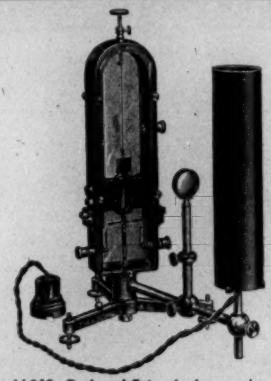
Neuer Lehrauftrag: An der Universität Frankfurt a. M. Professor Dr. Walter Gerlach für höhere Experimentalphysik.

Gestorben: Der Observator am Astronomischen Recheninstitut der Universität Berlin Dr. Werner Strebl ow, der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Heinrich Rubens, der a. o. Professor der Chemie an der Universität Leipzig Dr. Conrad Schaefer.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Erich Hückel in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 2400000.



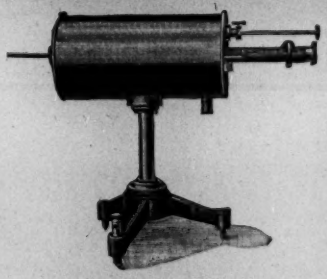
61392. Drehspul-Spiegelgalvanometer.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.



Apparate für luftelektrische und radioaktive Untersuchungen.
Normalbatterie für elektrostatische Messungen.
Kondensatoren, Mikrowage.
Erdbebenregistrierapparate.

Spindler & Hoyer G.m.b.H.
Mechan. u. opt. Werkstätten
Göttingen 3.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

Professor
Dr. Hugo Dingler

Relativitätstheorie und Ökonomieprinzip

Oktav. 77 Seiten.

Preise sind in jeder Buchhandlung oder beim Verlag zu erfragen.

Arthur Pfeiffer, Wetzlar

Gegründet 1890

Fabrik physikalischer, chemischer und technischer Apparate

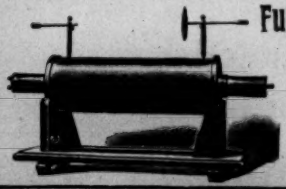
Rotier. Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Pfeiffer. D. R. P.

Spezialfabrik für Hochvakuumpumpen

zu wissenschaftlichen und technischen Zwecken

Alle Arten Luftpumpen, Kolben-Ölluftpumpen, rotierende Ölluftpumpen, rotierende Quecksilberluftpumpen für Betrieb und Laboratorium

Rotierende Quecksilber-Hochvakuumpumpe System Gaede. D. R. P.



Funkeninduktoren bis 1000 mm Funkenlänge

Normaltypen von 6—1000 mm Funkenlänge mit Unterbrechern aller Art

Spezial-Funkeninduktoren für technische und wissenschaftliche Zwecke

Listen kostenlos von Abteilung E verlangen.

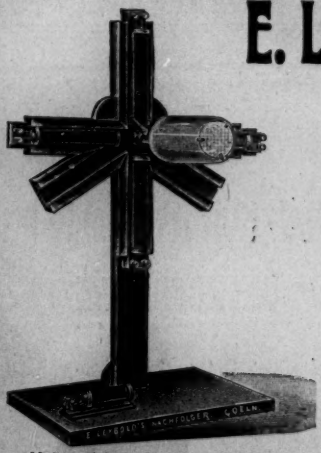
E. Leybold's Nachfolger

Cöln a/Rhein

Fabrik physikalischer Apparate

Zweigniederlassung:

Berlin NW 7, Dorotheenstraße 53



Universalstativ für Braun'sche Röhre nach Simon und Reich.

Projektionsapparate für Diaskopie und Episkopie

Hochvakuumpumpen nach Gaede

Katalog, enthaltend 16000 Nummern, wird Instituten auf Wunsch übersandt.

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.